

Муниципальное общеобразовательное учреждение «Лицей № 3 Тракторозаводского района Волгограда»

Рассмотрено

Согласовано

Утверждено

на заседании научно-методического совета  
28 августа 2020 г. протокол № 1

Заместитель директора по УВР  
31 августа 2020 г.

Руководитель НМС  
 Н.А. Еловенко

 Ж.В. Савенко



### Программа

учебного курса «Методы и приемы решения квадратных уравнений и неравенств с параметрами»

для обучающихся 8-9 классов на 2020-2021 учебный год

Количество часов: 18

Составитель: Еловенко Н.А., учитель математики

Волгоград 2020

### Пояснительная записка

Изучение многих физических процессов и геометрических закономерностей часто приводит к решению задач с параметрами. Наиболее трудной и важной частью решения таких задач является исследование процесса в зависимости от параметра.

Задачи с параметрами включены в содержание ЕГЭ по математике и очень часто оказываются не по силам обучающимся. Это, вообще говоря, неудивительно, поскольку у большинства учащихся нет должной свободы в общении с параметрами.

Появление таких задач на экзамене далеко не случайно, так как с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений (без чего решение задач с параметрами невозможно) и уровень логического мышления учащихся.

Курс направлен, прежде всего, на удовлетворение индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника в математике, способствуя удовлетворению познавательных потребностей школьников в методах и приемах решения нестандартных задач. Содержание курса углубляет линию уравнений и неравенств в школьном курсе математики. Именно поэтому при изучении данного учебного курса у учащихся повысится возможность полнее удовлетворить свои интересы и запросы в математическом образовании.

Обращение к решению задач с параметрами обусловлено рядом причин.

Во-первых, задачи с параметрами традиционно трудно усваиваются учащимися.  
Во-вторых, задачи с параметрами обладают диагностической и прогностической ценностью. Они позволяют проверить знание основных разделов школьной математики, уровень математического и логического мышления, первоначальные навыки исследовательской деятельности, а главное, перспективные возможности успешного продолжения математического образования. Поэтому задачи с параметрами очень часто предлагаются на выпускных и вступительных экзаменах.

В-третьих, задачи с параметрами являются хорошим средством обобщения изученного материала, способствуют интеллектуальному развитию учащихся.

Цели курса:

Овладение конкретными математическими знаниями, необходимыми для продолжения образования.

Развитие интеллектуальных и практических умений решений уравнений и неравенств с параметрами.

Овладение методами решений задач с параметрами.

Формирование математической культуры, развитие логического и альтернативного мышления учащихся.  
В задачах с параметрами наряду с неизвестными величинами фигурируют величины, численные значения которых хотя и не указаны конкретно, но считаются известными и заданными на некотором числовом множестве. При этом параметры, входящие в условие, существенно влияют на логический и технический ход решения и форму ответа. Не всякая задача, в условии которой формально присутствуют «буквы», является задачей с параметрами. Что такое задача с параметрами? Что значит решить задачу с параметрами? Как оформлять решение и записывать ответ данных задач? На эти вопросы призвана ответить первая линия курса.

Одним из условий формирования каких-либо умений является создание положительного эмоционального фона, ценностной мотивации к изучаемым объектам на начальных этапах, поэтому на первых занятиях будут востребованы ситуации, позволяющие ощутить радость открытия

решения задач с параметрами, раскрывающие перспективу обучения, убеждающие в необходимости проведения дополнительных исследований, в построении рассуждений. Учащимся необходимо время для адаптации к изменениям в решении и записи ответов задач с параметрами. По мере развития навыков решения задач с параметрами происходит расширение представлений о параметре и о его влиянии на ход решения и форму записи ответа.

Учебный курс направлен на овладение учащимися алгоритмов решения основных видов уравнений и неравенств. Это необходимо для обеспечения усвоения материала большинством учащихся. Это основа, без которой невозможно решение задач с параметрами.

Любая задача с параметром имеет две части - логическую и техническую. Ученики с низким уровнем сформированности математических (технических) навыков не могут решать задачи с параметрами. Но главная часть решения - логическая. Поэтому, изучая данный курс, учащиеся в первую очередь должны освоить методы и приемы решения задач с параметрами, получить практику построения рассуждений.

Данный курс направлен на формирование умственного развития учащихся посредством отработки конкретных приемов умственной деятельности, таких как синтез и анализ, абстрагирование, сравнение, обобщение, конкретизация, аналогия. Одним из аспектов реализации курса является формирование деятельной личности. Их решение открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общеполноценной математической деятельности. Их решение открывает перед учащимися исследованные и на любом другом математическом материале. Это характера, ценных для математического развития личности, применимых в исследованных и на любом другом математическом материале. Это касается и идеи симметрии аналитических выражений, и применение свойств функций, и освоения геометрических приемов решения как равноправных, по существу, с аналитическими методами и т.п.

Идея курса состоит в том, что решения задач с параметрами не сообщаются в готовом виде, не навязываются ученику. Главное, чтобы ученик сам пытался что-то предложить, на основе анализа условия смог осуществить поиск метода решения, требующего использования нескольких приемов из различных по тематике разделов школьного курса. Главное - научить учащихся думать. Даже эвристики учащиеся должны открыть самостоятельно.

Программа данного учебного курса ориентирована на приобретение определенного опыта решения задач с параметрами. В результате курса учащиеся должны научиться применять теоретические знания при решении уравнений и неравенств с параметрами, знать некоторые методы решения заданий с параметрами (по определению, по свойствам функций, графически и т. д.).

Данный курс представляется особенно актуальным и современным, так как расширяет и систематизирует знания учащихся, готовит их к более осмысленному пониманию теоретических сведений.

#### **Задачи программы:**

- познакомиться с понятиями «параметр», «уравнение с параметром», «неравенство с параметром», «система уравнений с параметром», «система неравенств с параметром».
- различать условия параметрических задач;
- научиться решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств с параметром аналитическим и графическим способами;
- научиться математически грамотно оформлять решение задач с параметром.

## **Ожидаемые результаты**

Учащийся должен знать:

- понятие параметра;
- что значит решить уравнение с параметром, неравенство с параметром, систему уравнений и неравенств с параметром;
- основные способы решения различных уравнений, неравенств и систем уравнений и неравенств с параметром (линейных и квадратных);
- алгоритмы решений задач с параметрами;
- зависимость количества решений неравенств, уравнений и их систем от значений параметра свойства решений уравнений, неравенств и их систем;
- свойства функций в задачах с параметрами.

Учащийся должен уметь:

- определять вид уравнения (неравенства) с параметром;
- выполнять равносильные преобразования;
- применять аналитический или функционально-графический способы для решения задач с параметром;
- осуществлять выбор метода решения задачи и обосновывать его;
- использовать в решении задач с параметром свойства основных функций;
- выбирать и записывать ответ;
- решать линейные, квадратные уравнения и неравенства с одним параметром при всех значениях параметра.

Учащийся должен владеть:

- анализом и самоконтролем;
- исследованием ситуаций, в которых результаты принимают те или иные количественные или качественные формы.

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- познать возможности использования на практике нестандартные методы решения задач;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;
- познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в том числе Интернет-ресурсов;
- усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств, систем уравнений с параметрами;

- применять алгоритм решения уравнений, равенств, содержащих параметр;
- проводить полное обоснование при решении задач с параметрами;
- овладеть исследовательской деятельностью.

**При решении задач с параметрами одновременно акцентируются основные методические принципы:**

- *принцип параллельности* – следует постоянно держать в поле зрения несколько тем, постепенно продвигаясь по ним вперед и вглубь;
- *принцип вариативности* – рассматриваются различные приемы и методы решения с различных точек зрения: стандартность и оригинальность, объем вычислительной и исследовательской работы;
- *принцип самоконтроля* – невозможность подстроиться под ответ вынуждает делать регулярный и систематический анализ своих ошибок и неудач;
- *принцип регулярности* – увлеченные математикой дети с удовольствием дома индивидуально исследуют задачи, т. е. занятия математикой становятся регулярными, а не от случая к случаю на уроках.
- *принцип последовательного нарастания сложности.*

**Основные требования к решению задач с параметрами:**

- полная ясность того, что дано и что требуется найти (где неизвестная величина, а где параметр);
- формирование у учащихся потребности в построении рассуждений (какое влияние оказывает параметр на неизвестную величину? Как параметр влияет на логический и технический ход решения и форму ответа?);
- общая стратегия решения и любой его этап должны быть мотивированы, обоснованы, самостоятельно осмыслены и зафиксированы;
- наличие нумерации основных этапов рассуждения, четкое выполнение алгоритмов решения основных видов уравнений и равенств с параметрами (линейных, квадратных, дробно-рациональных);

Программа учебного курса «Методы и приемы решения квадратных уравнений и равенств с параметрами» ориентирована для обучающихся 8-9 классов. Программа рассчитана на 18 часов, периодичность занятий 1 раз в неделю, продолжительность занятия 40 минут.

Тематическое планирование

№	Тема урока	Кол-во часов
<b>Тема 1. Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметром</b>		
1.	Понятие задач с параметрами. Решение линейных уравнений с параметрами.	3
2.	Решение линейных неравенств с параметрами.	1
3.	Решение систем линейных уравнений с параметрами.	1
<b>Тема 2. Квадратные уравнения и неравенства</b>		
4.	Понятие квадратного уравнения с параметром. Решение с помощью графика.	11
5.	Решение и исследование уравнений, сводящихся к квадратным.	1
6.	Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром.	1
7.	Решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения.	1
8.	Решение квадратных уравнений с параметром первого типа («для каждого значения параметра найти все решения уравнения»).	1
9.	Решение квадратных уравнений второго типа («найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение удовлетворяет заданным условиям»).	1
10.	Исследование квадратных неравенств с параметрами. Метод интервалов.	1
11.	Решение квадратных неравенств с параметром первого типа.	1
12.	Решение квадратных неравенств с параметром второго типа.	1
13.	Задачи, сводящиеся к исследованию расположения корней квадратного трехчлена.	1
14.	Системы квадратных уравнений с параметрами.	1
<b>Тема 3. Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами.</b>		
15.	Графический способ решения задач с параметрами.	4
16.	Использование свойств функций при решении задач с параметрами: монотонность функций.	1
17.	Использование свойств функций при решении задач с параметрами: метод оценки.	1
18.	Основные методы решения задач с параметрами (повторение).	1

## Содержание курса

### Тема 1. Линейные уравнения, их системы и неравенства с параметром (3 часа)

Линейные уравнения с параметром. Алгоритм решения линейных уравнений с параметром. Решение линейных уравнений с параметрами при наличии параметра. Зависимость количества корней в зависимости от коэффициентов  $a$  и  $b$ . Решение уравнений с параметрами при наличии параметра. Дополнительных условий к корням уравнения. Решение уравнений с параметрами, приводимых к линейным. Линейные неравенства с параметрами. Решение линейных неравенств с параметрами. Классификация систем линейных уравнений по количеству решений (неопределенные, однозначные, несовместные). Понятие системы с параметрами. Алгоритм решения систем линейных уравнений с параметрами. Параметр и количество решений систем линейных уравнений.

### Тема 2. Квадратные уравнения и неравенства (11 часов)

Понятие квадратного уравнения с параметром. Алгоритмическое предписание решения квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами. Зависимость, количества корней уравнения от коэффициента  $a$  и дискриминанта. Решение с помощью графика. Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром. Решение квадратных уравнений с параметрами при наличии дополнительных условий к корням уравнения. Расположение корней квадратичной функции относительно заданной точки. Задачи, сводящиеся к исследованию расположения корней квадратичной функции. Решение квадратных уравнений с параметром первого типа («для каждого значения параметра найти все решения уравнения»). Решение квадратных уравнений второго типа («найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение удовлетворяет заданным условиям»). Решение квадратных неравенств с параметром первого типа. Решение квадратных неравенств с параметром второго типа.

### Тема 3. Аналитические и геометрические приемы решения задач с параметрами (4 часа)

Использование графических иллюстраций в задачах с параметрами. Использование ограниченности функций, входящих в левую и правую части уравнений и неравенств. Использование симметрии аналитических выражений. Метод решения относительно параметра. Применение равносильных переходов при решении уравнений и неравенств с параметром.